ЗАНЯТИЕ № 7

Тема: ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ. КРИТЕРИЙ СТЬЮДЕНТА

Статистические методы используют для описания данных и для оценки статистической значимости результатов опыта. **Ни одно исследование не обходится без сравнений.** Сравнивают данные опыта с контролем и т.п. Методы оценки статистической значимости различий называют ***критериями***. ***Критерий*** – это и сам метод и та величина, которая получается в результате его применения. Методов существует множество, но все они построены по одному принципу.

Статистическая гипотеза - это всякое высказывание о генеральной совокупности, проверяемое по выборке.

Гипотезы будем обозначать буквой H с индексами. Будем предполагать, что у нас имеется 2 непересекающиеся гипотезы H_0 и H_1. H_0 – нулевая гипотеза (или основная). H_1 - альтернативная или конкурирующая гипотеза.

Сначала формулируют нулевую гипотезу, то есть предполагают, что исследуемые факторы не оказывают никакого влияния на исследуемую величину и полученные различия случайны. Нулевая гипотеза (H_0) всегда отвергает эффект. Например, разность средних равна нулю. Нулевая гипотеза формулируется всегда относительно генеральной совокупности. Затем формулируют альтернативную гипотезу (H_1), которая принимается, если нулевая гипотеза неверна.

Проверка гипотез – это определение аргументов против гипотезы.

Задача проверки статистических гипотез состоит в том, чтоб на основе выборки $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ принять (т.е. считать справедливой) либо нулевую гипотезу H_0, либо конкурирующую гипотезу H_1.

Для проверки принятой гипотезы используют *статистический критерий* – это правило, позволяющее, основываясь только на выборке, принять либо отвергнуть нулевую гипотезу H_0. Величина рассчитываемого критерия количественно отражает аргументы в наборе данных против нулевой гипотезы. Обычно чем больше по модулю значение критерия, тем сильнее эти аргументы.

Значение критерия, полученное из выборки, связывают с уже известным распределением (теоретическим или табличным), которому оно подчиняется, чтобы определить достигнутый уровень значимости (α). Значение α - это максимально приемлемая вероятность, отвергающая нулевую гипотезу, если она верна, и тогда можно сказать, что результаты значимы на 5% уровне.

Чем меньше значение α, тем сильнее аргументы против нулевой гипотезы. Обычно полагают, что $\alpha \le 0{,}05$. Это значит, что аргументов достаточно, чтобы отвергнуть нулевую гипотезу, хотя есть небольшой шанс, что она справедлива (рис. 7.1). Значение α - это площадь обоих ″хвостов″ на графике распределения вероятностей.

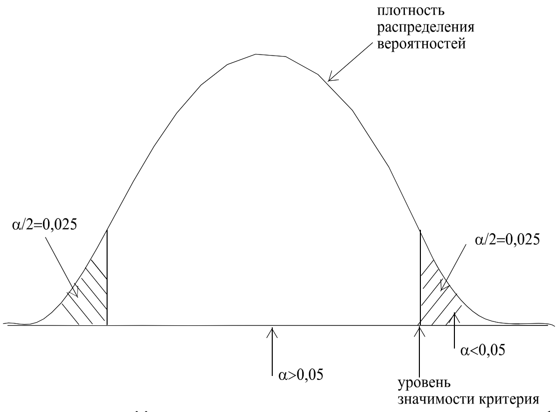

Рис.7.1. Достигнутый уровень значимости $\alpha \le 0{,}05$

Когда отвергают нулевую гипотезу, то говорят, что результаты эксперимента статистически значимы на уровне $\alpha \le 0{,}05$(5%).

Если $\alpha > 0{,}05$, то аргументов недостаточно, чтобы отвергнуть H_0. В этом случае говорят, что результаты статистически незначимы на уровне $\alpha \le 0{,}05$. Это не означает, что нулевая гипотеза истинна. Просто недостаточно аргументов, чтобы ее отвергнуть.

Различают **два вида критериев: параметрические и непараметрические.**

Параметрические критерии представляют собой функции параметров данной совокупности и используются, если совокупности, из которых взяты выборки, подчиняются нормальному закону распределения.

Непараметрические критерии применяются, если нет подчинения распределения нормальному закону. Эти критерии обычно заменяют данные выборок знаками (плюс или минус), рангами (т.е. числами 1; 2; 3; …, описывающими их положение в упорядоченном наборе данных), категориями и т.п. Непараметрический критерий можно использовать, если объем выборки небольшой настолько, что невозможно оценить закон распределения данных. Но непараметрические критерии обладают меньшей мощностью в обнаружении реального эффекта, чем аналогичный параметрический критерий.

Общая постановка задачи проверки гипотез

1. Формулируют (выдвигают) нулевую гипотезу H_0 об отсутствии различий между группами, об отсутствии существенного отличия фактического распределения от некоторого заданного, например, нормального, экспоненциального и др.

Сущность нулевой гипотезы H_0: разница между сравниваемыми генеральными параметрами равна нулю, и различия, наблюдаемые между выборочными характеристиками, носят случайный характер, т.е. эти выборки принадлежат одной генеральной совокупности.

2. **Формулируют альтернативную гипотезу** H_1**.**

3. Задают уровень значимости α**.** Уровень значимости α - это вероятность ошибки отвергнуть нулевую гипотезу H_0, если на самом деле эта гипотеза верна. При $\alpha \le 0{,}05$ ошибка возможна в 5% случаев.

4. Для проверки нулевой гипотезы используют критерии.

Критерий – это случайная величина K, которая служит для проверки H_0. Эти функции распределения **известны и табулированы**. Критерий зависит от двух параметров: от числа степеней свободы и от уровня значимости *а*.

Фактическую величину критерия получают по данным наблюдения $K_{набл}$**.**

5. По таблице определяют критическое значение критерия, превышение которого при справедливости гипотезы маловероятно $K_{крит}(\alpha, f)$.

6. Сравнивают $K_{набл}$ **и** $K_{крит}(\alpha, f)$**.**

Если $K_{набл} < K_{крит}(\alpha, f)$, то принимают H_0

Если $K_{набл} > K_{крит}(\alpha, f)$, то отвергают H_0 и принимают H_1.

Это для **параметрических** критериев.

7. Вывод: различие статистически значимо $(\alpha \le 0{,}05)$ или незначимо.

Проверка гипотез относительно средних

Предположим, что надо сравнить состояние больных до и после лечения. Для этого сравнивают друг с другом две независимые выборки объемов n_1 и n_2, взятые из нормально распределенных совокупностей с параметрами $M(X_1)$и $M(X_2)$. Дополнительно предполагаем, что неизвестные генеральные дисперсии равны между собой. По этим выборкам найдены соответствующие выборочные средние $\bar{x}_1$ и $\bar{x}_2$ и исправленные дисперсии S_1^2 и S_2^2. Уровень значимости задан.

1. Выдвигаем **нулевую** гипотезу H_0: $M(X_1) = M(X_2)$.
2. Выдвигаем **конкурирующую гипотезу** H_1: $M(X_1) \neq M(X_2)$.
3. Для проверки $\mathbf{H_0}$ ***можно*** использовать параметрический

критерий Стьюдента, если выполняются следующие требования:

Требования к ***критерию Стьюдента*** (***t*-критерий**)

- **НЗР и**
- $\boldsymbol{\sigma_1^2 = \sigma_2^2}$.

Величину критерия находим по формуле

$$t_{набл} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{(n_1 - 1)S_{x_1}^2 + (n_2 - 1)S_{x_2}^2}} \cdot \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}}.$$

Обычно расчет ведется с применением ЭВМ.

Доказано, что величина $t_{набл}$ при справедливости нулевой гипотезы имеет t – распределение Стъюдента с $f = n_1 + n_2 - 2$ степенями свободы.

4. **По таблице находим** $t_{крит}(a, f = n_1 + n_2 - 2)$.

Сравниваем $t_{крит}$ и $t_{набл}$.

Если $|t_{набл}| < t_{кр}(\alpha, f)$ => H_0 Различие незначимо.

Если $|t_{набл}| > t_{кр}(\alpha, f)$ => отвергается H_0 и принимается H_1. Различие достоверно.